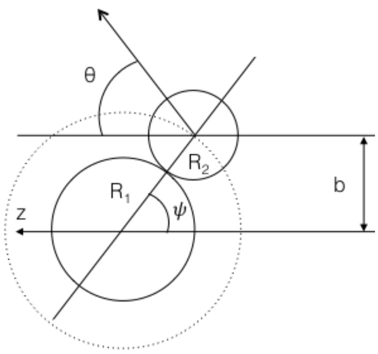
PC3 Physique des plasmas

11/12/2014

Exercice 1

Dans un gaz partiellement ionisé, il existe des particules neutres en plus des ions et des électrons. Les collisions faisant intervenir les neutres peuvent être modélisées à courte distance par des collisions entre deux sphères dures impénétrables. On considère donc la diffusion d'une sphère dure de rayon R_2 par une autre sphère de rayon R_1. On notera $D = R_1 + R_2$.



(a) Exprimez l'angle de diffusion θ en fonction du paramètre d'impact b.

(b) On considère un flux Φ de particules de rayon R_2 incident sur la sphère de rayon R_1. Les particules diffusées dans la direction entre θ et $\theta + d\theta$ sont celles dont le paramètre d'impact est compris entre b et $b + db$. Quel est le nombre de particules diffusées entre θ et $\theta + d\theta$ pendant un temps dt ? Déduisez-en la section efficace différentielle $d\sigma/d\Omega$

(c) Que vaut la section efficace totale ?

(d) Une particule incidente possède une impulsion $\boldsymbol{p}$ dirigée selon z. Après une collision, quelle est la variation de l'impulsion projetée sur z ? Si on considère un flux incident Φ sur la sphère, quelle est la variation de quantité de mouvement longitudinal du flux de particules ?

(e) On modélise les électrons par des masses ponctuelles m_e et les atomes neutres par des sphères de rayon R_0. Quel est le temps caractéristique de ralentissement d'un électron dans le gaz neutre à la densité n_0 ? En déduire la fréquence de collision électron-neutre et le libre parcours moyen des électrons.

Exercice 2

Montrer que l'équation de Vlasov peut être vue comme une équation de continuité dans l'espace des phases $(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{v})$.

Exercice 3

On considère un plasma dans lequel existe un potentiel radial $\phi(r)$, et on étudie l'influence de ce potentiel sur la fonction de distribution f du plasma supposé isotrope.

(a) Montrez que $\dfrac{\partial f}{\partial \boldsymbol{v}} = \dfrac{1}{v}\dfrac{\partial f}{\partial v}\boldsymbol{v}$, puis écrivez l'équation de Vlasov en faisant apparaître $\phi(r)$.

(b) On suppose que $f(\boldsymbol{r}, \boldsymbol{v})$ peut se mettre sous la forme $g(v)h(\phi(r))$. Montrez qu'on a alors :

$$\frac{1}{h}\frac{dh}{d\phi} = \frac{1}{mv}\frac{1}{g}\frac{dg}{dv} \tag{0.1}$$

(c) Intégrez l'équation précédente et explicitez $f(r, v)$ en fonction de la constante d'intégration.

(d) Quelle valeur de la constante d'intégration choisiriez vous ? Que représente cette valeur ?

(e) On note n_0 la densité de particules en l'absence de potentiel. Normalisez $g(v)$ et déduisez-en la densité perturbée par le potentiel $\phi(r)$.

(f) Calculez $\langle \boldsymbol{v} \rangle$, $\langle v \rangle$, et la vitesse la plus probable.

Exercice 4

Un plasma de densité n_0 plongé dans un champ magnétique uniforme et statique orienté selon z a pour fonction de distribution :

$$f(\boldsymbol{v}) = Ce^{-\dfrac{\frac{1}{2}m(v_x^2+v_y^2)}{k_B T_\perp} - \dfrac{\frac{1}{2}mv_z^2}{k_B T_\parallel}} \tag{0.2}$$

(a) Que vaut C ?

(b) Calculez l'énergie moyenne dans les direction parallèle et perpendiculaire, ainsi que la matrice de pression cinétique.

Exercice 5

Le champ magnétique solaire, bien qu'en principe approximativement dipolaire, est vrillé par le vent solaire selon une spirale, dite spirale de Parker. Il en résulte l'existence de la nappe de courant héliosphérique, qui est la plus grande structure du système solaire. Le modèle de Harris d'une nappe de courant unidimensionnel résulte de la résolution exacte de l'équation de Vlasov en supposant une température constante. La fonction de distribution de Harris dans la couche est donnée pour chaque espèce chargée par :

$$f(\boldsymbol{v}, \boldsymbol{r}) = n_0\left(\frac{m_\alpha}{2\pi k_B T}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-\dfrac{m_\alpha}{2k_B T}\left[v_x^2 + (v_y - u_\alpha)^2 + v_z^2\right] + \dfrac{q_\alpha u_\alpha}{k_B T}A(\boldsymbol{r})} \tag{0.3}$$

où $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{r}) = A(x)\hat{\boldsymbol{u}}_{\boldsymbol{y}}$ est le potentiel vecteur.

(a) Vérifiez que f est bien solution de l'équation de Vlasov.

(b) Montrez que la densité de courant obéit à la relation $j = \dfrac{dP}{dA}$, P étant la pression cinétique.