Exercises 1

1 Température et ionisation

Soit un plasma d'Hydrogène formé en chauffant un réservoir de gaz à densité n à temperature $T = 10^4\,\mathrm{K}$.

1. En utilisant la loi de Saha

$$\frac{n_{m+1}n_e}{n_m} = \left(2\frac{g_{m+1}}{g_m}2.4\times 10^{21}\right)T^{3/2}e^{-U_{m+1}/k_BT}$$

   calculez la densité électronique et la densité ionique ($U_1 = 13.6\,\mathrm{eV}$, $k_B = 8.6\times 10^{-5}\,\mathrm{eV/K}$) ;
2. en supposant que le plasma soit à l'équilibre thermique, écrivez la distribution du vecteur vitesse correctement normalisée. Quelle est la vitesse la plus probable ?
3. Supposez que le reservoir est mis en mouvement selon $\hat{z}$ à vitesse constante u_z : que peut-on dire sur la vitesse moyenne ?

2 Fréquence plasma

Soit un plasma à l'équilibre, isotrope, de densité électronique n_e et densité ionique Zn_i. À l'instant $t = 0$, une perturbation se produit dans la densité électronique, telle que

$$n_e(\mathbf{x},t) = n_{e0} + n_e'(\mathbf{x},t)$$

En utilisant la loi de Gauss, l'équation de continuité et la force de Lorentz, montrer que un oscillateur harmonique en n_e se met en place, avec une pulsation caracteristique

$$\omega_p = \sqrt{\frac{n_{e0}e^2}{m_e\varepsilon_0}}$$

(Suggestion : la perturbation de charge n_e' étant petite devant n_e, on peut faire un calcul perturbatif au premier ordre en n_e et $\mathbf{u}$).

3 Température et longueur de Debye

Dans une condition strictement à l'équilibre, les ions et les électrons sont distribués selon la formule de Boltzmann :

$$n_{[e,i]} = n_0 \exp\left[\frac{-q_{[e,i]}\phi}{k_B T_{[e,i]}}\right].$$

1. Dans le cas d'une grille infinie, transparente, chargée d'un potentiel ϕ, montrer que la distance d'écrantage est approximativement
$$\lambda_D^{-2} = \frac{ne^2}{\varepsilon_0}\left(\frac{1}{k_B T_e} + \frac{1}{k_B T_i}\right);$$
2. montrer que la longueur λ_D est déterminée par la temperature de l'espèce la plus froide.

4 Longueur de Debye, potentiel sphérique

Un conducteur sphérique de rayon a dans un plasma est chargée à un potentiel ϕ_0. Les électrons restent maxwellien et se déplacent à former un écran de Debye ; les ions ne bougent pas pendant le temps de la mésure. En supposant que

$$\phi_0 \ll k_B T_e,$$

trouver l'expression du potentiel en fonction de r, a, ϕ_0 et λ_D.

(Suggestion : on peux partir de l' hypothèse d'une solution de la forme $\exp\left(-br\right)/r$).

5 Longueur de Debye dans un condensateur

On considère deux plaques infinies, parallèles à $x = \pm d$, à un potentiel $\phi = 0$. L'espace entre les plaques est uniformement rempli d'un gaz à densité n des particules de charge q.

1. En utilisant l'équation de Poisson, montrer que le potentiel entre le plaques varie selon
$$\phi = \frac{nq}{2\varepsilon_0}\left(d^2 - x^2\right);$$
2. montrer que pour $d > \lambda_D$, l'énergie nécessaire pour transporter une particule de la plaque jusque au plan $x = 0$ demande une énergie supérieure à l'énergie cinétique moyenne des particules.