PC6 Physique des plasmas

March 10, 2016

Exercice 1

(a) La loi de dispersion pour des ondes transversales dans un plasma froid est

$$\omega^2 = \omega_{pe}^2 + c^2 k^2 \tag{6.1}$$

(b) Le numéro d'onde $k = 2\pi/\lambda$ dans un milieu est

$$k = k_0 n \tag{6.2}$$

ou k_0 est le numéro d'onde dans le vide, $n = c/v_\phi$ est l'indice de réfraction et $v_\phi = \omega/k$ la vitesse de phase. Selon la loi de dispersion, $n_\phi \geq c$, donc $\lambda_{plasma} \geq \lambda_{vide}$.

(c) Dans le cas d'une onde à $\omega = \omega_{pe}/2$ on obtient, dans la loi de dispersion

$$k = \mathrm{Im}\,\sqrt{\frac{3}{4}}\frac{\omega_{\mathrm{pe}}}{\mathrm{c}}. \tag{6.3}$$

Le fait que k est complexe résulte en un facteur de *damping* dans la propagation. L'onde devient donc

$$E(x,t) = E_0 \mathrm{e}^{\mathrm{i}(kx-\omega t)} \tag{6.4}$$

$$= E_0 \mathrm{e}^{-\sqrt{3/4}(\omega_{pe}/c)x} \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega t}. \tag{6.5}$$

La condition cherchée est $E/E_0 = 0.1$ ce qui implique

$$x = \sqrt{\frac{4}{3}}\frac{c}{\omega_{pe}} \ln(10) \tag{6.6}$$

Exercice 2

(a) Dans un plasma Maxwellien – 1D pour simplicité – la vitesse de phase pour une onde de Langmuir, dont la loi de dispersion est $\omega^2 = \omega_{pe}^2 + (3/2)\,k^2 v_{th}^2$ vaut

$$v_\phi = \frac{\omega}{k} = \left(\frac{\omega_{pe}^2}{k^2}\frac{3}{2}v_{th}^2\right)^{1/2} > v_{th} \tag{6.7}$$

(b) En regardant le terme complexe de la loi de dispersion (après calcul cinétique)

$$\omega = \omega_{pe}\left(1 + \mathrm{i}\frac{\pi}{2}\frac{\omega_{pe}^2}{k^2}\left[\frac{\partial f}{\partial v}\right]_{v=\omega/k}\right) \tag{6.8}$$

Dans le cas de $(\partial f/\partial v)_{v=\omega/k} > 0$, Im $\omega > 0$, ce qui produit un exponentiel croissant dans une onde du type (6.4).

(c) Dans un plasma maxwellien,

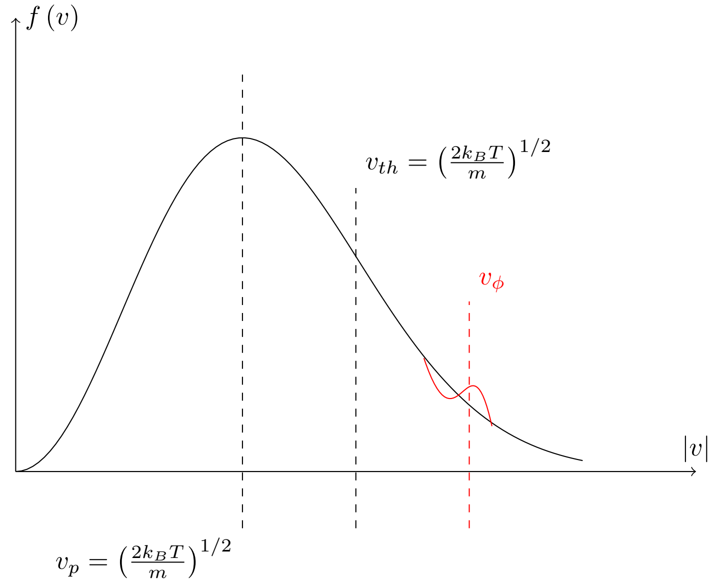
$$f(v) = \left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{1/2} \mathrm{e}^{-mv^2/2k_B T} \tag{6.9}$$

donc

$$\left[\frac{\partial f}{\partial v}\right]_{v=v_\phi} = \left[-\left(\frac{m}{2\pi k_B T}\right)^{1/2} \frac{m}{k_B T}\frac{\omega}{k}\mathrm{e}^{-(m/k_B T)(\omega/k)^2}\right]_{v=v_\phi} \tag{6.10}$$

$$= -\left(\frac{3}{2\pi v_{th}^2}\right)^{1/2} \frac{3v_\phi}{v_{th}^2}\mathrm{e}^{-3v_\phi^2/v_{th}^2} \tag{6.11}$$

La partie imaginaire dans la loi de dispersion (6.8) est négative, ce qui donne lieu à un facteur de *damping*.



La perte d'énergie est engendrée par le transfère entre l'onde et les électrons qui possèdent une vitesse de l'ordre de la vitesse de phase de l'onde. Si la dérivée $\partial f/\partial v$ est négative, les électrons avec une vitesse dans un alentour négatif de la vitesse de phase sont plus nombreux de ce qui se trouvent dans un alentour positif: les électrons qui gagnent de l'énergie dans l'onde sont donc plus que ceux qui en perdent.

Exercice 4

La trajectoire d'une particule chargée sera la composition d'une accélération par le champ électrique et d'une giration par le champ magnétique. La composante de sa vitesse parallèle au champ $\mathbf{B}$ reste non perturbée. En moyennant sur la période de Larmor la résultante sur la direction perpendiculaire à $\mathbf{B}$ est une vitesse de *drift*

$$v_{\mathbf{E}\perp\mathbf{B}} = \frac{\mathbf{E}\times\mathbf{B}}{B^2} \tag{6.12}$$

Cette vitesse de *drift* ne dépend ni de la masse ni de la charge: un électron et un ion auront donc la même vitesse de drift.
La vitesse de *drift* en présence d'une autre force, eg. la force gravitationnelle, $\mathbf{F} \perp \mathbf{B}$ donne lieu à un mouvement de drift

$$v_{\mathbf{F}\perp\mathbf{B}} = \frac{\mathbf{F}_g\times\mathbf{B}}{qB^2} \tag{6.13}$$

Cette fois ci la vitesse dépend de la masse – via la force gravitationnelle – et de la charge. Les deux espèces, ions et électrons aurons donc des vitesses de dérive différentes.