PC5 Physique des plasmas

March 9, 2016

Exercice 1

(a) Puisque le gaz est neutre au départ, pour la première ionisation vaut $n_e = n_1$, à savoir: tout les électrons sont produit pas la première ionisation. En faisant le calcul on obtient:

$$\frac{n_1^2}{n_0} = 1.93 \times 10^{14}\,\mathrm{m}^{-3} \rightarrow n_1 = \sqrt{1.93 \times 10^{14}\,\mathrm{m}^{-3} * 10^{19}\,\mathrm{cm}^{-3} * 1 \times 10^{6}} = 4.39 \times 10^{19}\,\mathrm{m}^{-3} \tag{0.1}$$

Pour la seconde ionisation le nombre d'électrons devra prendre en considération les électrons déjà présents, n_1, et toutes nouvelles ionisations n_2, en considérant toutefois que $n_2 \ll n_1$:

$$\frac{n_2\left(n_2 + n_1\right)}{n_1} \approx n_2 = 0.012\,\mathrm{m}^{-3} \tag{0.2}$$

(b) en négligeant la contribution des He^{++}, la densité électronique est $n_e = 4.39 \times 10^{19}\,\mathrm{m}^{-3}$. Paramètre de ionisation:

$$\alpha = \frac{n_e}{n_e + n_n} = 4.39e - 6 \tag{0.3}$$

le plasma est donc faiblement ionisé.
Longueur de Debye:

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 k_B T}{n_e e^2}} = 1\,\mu\mathrm{m} \tag{0.4}$$

Dans une sphère de Debye il y a

$$n_e \frac{4}{3}\pi\lambda_D^3 = 183.89 \text{ électrons} \tag{0.5}$$

(c) le plasma qu'on considère ici a: densité atomique: $n_n = 1 \times 10^{25}\,\mathrm{m}^{-3}$, densité électronique $n_e = 4.39 \times 10^{19}\,\mathrm{m}^{-3}$. En considérant $\Lambda \simeq 5$ (voir exercice 3) on obtient:

$$\nu_{ee} = \frac{n_e e^4 \Lambda}{\sqrt{2m_e}\pi\varepsilon_0^2\left(k_B T_e\right)^{3/2}} = 9.6 \times 10^{9}\,\mathrm{s}^{-1} \tag{0.6}$$

$$\nu_{ii} = \frac{n_i Z^4 e^4 \Lambda}{\sqrt{2m_i}\pi\varepsilon_0^2\left(k_B T_i\right)^{3/2}} = 1.14 \times 10^{8}\,\mathrm{s}^{-1} \tag{0.7}$$

La fréquence de collision atome-atome peut être calculé à partir du libre chemin moyen l comme $\nu_{AA} = v_{th}/l$, ou v_{th} est la vitesse thermique. À partir de la loi des gaz parfait $p = \frac{n}{V}RT = \frac{n_n}{N_A}RT = n_n k_B T$.

$$l = \frac{1}{\sqrt{2}\pi\left(2r\right)^2 n_n} = 2.8 \times 10^{-7}\,\mathrm{m} \tag{0.8}$$

$$\nu_{AA} = \frac{\sqrt{2k_B T/m}}{l} = 2.2 \times 10^{10}\,\mathrm{s}^{-1} \tag{0.9}$$

Exercice 2

(a) La densité critique est la densité pour laquelle la fréquence plasma électronique est égal à la fréquence de l'onde électromagnétique. En rappelant les définitions:

$$\frac{n_e e^2}{\varepsilon_0 m_e} = \left(\frac{2\pi c}{\lambda}\right)^2 \tag{0.10}$$

donc

$$n_c = \frac{4\pi^2 c^2 \varepsilon_0 m_e}{e^2 \lambda} \tag{0.11}$$

La densité critique à 800nm est $n_{c,800nm} = 1.7 \times 10^{27}\,\mathrm{m}^{-3}$; la densité critique à 400nm est $n_{c,400nm} = 6.88 \times 10^{27}\,\mathrm{m}^{-3}$. Le volume He++ a une densité de 40% n_c.

(b) la longueur d'onde de coupure dans le volume He++ est

$$\lambda_{He++} = \frac{2\pi c}{\omega_{pe}} \tag{0.12}$$

$$= 1.27\,\mathrm{\mu m} \tag{0.13}$$

à savoir dans l'infrarouge proche. Suivant le même calcul, $\lambda_{He+} = 1.8\,\mathrm{\mu m}$.

(c) une énergie de 10 keV correspond à une vitesse de $v = 5.9 \times 10^7\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. À 800nm, une période optique a une durée de $\tau = 2.67 \times 10^{-15}\,\mathrm{s}$, dans lesquels les électrons chaud se propagent de $1/20^{\grave{e}me}$ de longueur d'onde. Compte tenu de leur faible densité ($\eta_{hot} = 0.1$), leur contribution est négligeable.
Dans le filament centrale est la *temperature* qui est non négligeable, et en plus relativiste. L'approximation de plasma froid n'est donc pas applicable.

(d) nous calculons les fréquences de collision de la composante chauffée du plasma He++:
Afin d'estimer le terme Λ on calcule le paramètre plasma. On obtient

$$n_{e,hot} = 2 \cdot 0.1 \cdot 3.4 \times 10^{26}\,\mathrm{m}^{-3} \tag{0.14}$$

$$N_{D,hot} = n_e \frac{4}{3}\pi\lambda_D^3 = 2 \times 10^5 \tag{0.15}$$

$$\Lambda \simeq 12.1 \tag{0.16}$$

En faisant le même calcul pour la composante froide (en considérant par exemple $T = 300K$) on retrouve $N_{D,froid} \ll 1$, ce qui confirme que cette composante peut être négligée. Pour les fréquences de collision on retrouve

$$\nu_{ee} = 2.5 \times 10^{10}\,\mathrm{s}^{-1} \tag{0.17}$$

$$\nu_{ei} = 1.0 \times 10^{11}\,\mathrm{s}^{-1} \tag{0.18}$$

En partant du principe que la population électronique chaude est à l'équilibre, la thermalisation passera d'abord par l'équilibre entre les deux populations électroniques et ensuite par le transfère d'énergie aux ions.

Exercice 3

Le logarithme Coulombien Λ est défini comme

$$\Lambda = \ln\left(\lambda_D / b_c\right) \tag{0.19}$$

$$= \ln\left(\sqrt{\frac{\varepsilon_0 k_B T}{n_e e^2}}\,\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{\mu v^2}\right)^{-1}\right). \tag{0.20}$$

Pour des collisions électron-électron ($\mu = m_e/2$) et une distribution Maxwellienne des vitesses $v^2 = 3k_BT/m_e$

$$\Lambda = \ln\left(\sqrt{\frac{\varepsilon_0 k_B T}{n_e e^2}}\; 4\pi\varepsilon_0 \frac{3k_BT}{2e^2}\right) \tag{0.21}$$
$$= \ln\left(n_e 6\pi\lambda_D^3\right) \tag{0.22}$$
$$= \ln\left(6\frac{3}{4}N_D\right) \tag{0.23}$$

ou N_D est le paramètre plasma, à savoir le nombre des électrons dans une sphère de Debye.
Mis à part le facteur scalaire, ce résultat indique que le paramètre qui mesure l'existence des comportements collectifs dans un plasma, pour le quel on demande $N_D \gg 1$, est lié en profondeur avec le taux des collisions entre électrons et à la thermalisation du plasma.

Exercice 4

Une onde électromagnétique transverse ne se propage pas dans un plasma si sa fréquence propre est inférieure à la fréquence du plasma électronique.
Si une coupure dans les transmissions est observé, ça doit être

$$\omega_{pe} > \omega_{radio} \tag{0.24}$$
$$\sqrt{\frac{n_e e^2}{\varepsilon_0 m_e}} > \omega \tag{0.25}$$
$$n_e > \omega^2\; \frac{\varepsilon_0 m_e}{e^2} \tag{0.26}$$

En prenant $\omega = 2\pi f = 1.885 \times 10^9\,\mathrm{rad\,s^{-1}}$ on obtient

$$n_e > 1.1 \times 10^{15}\,\mathrm{m^{-3}} \tag{0.27}$$